

Chapitre 1 : Les diviseurs d'un nombre

I] Les diviseurs d'un nombre

RAPPEL :

Simplifier une fraction, c'est diminuer son numérateur et son dénominateur en respectant la formule suivante :

$$\frac{a}{b} = \frac{c \times k}{d \times k} = \frac{c}{d} \quad \text{Exemple : } \frac{18}{14} = \frac{9 \times 2}{7 \times 2} = \frac{9}{7}$$

Définition : On appelle fraction **irréductible**, une fraction qu'on ne peut plus simplifier

A L'ORAL : Pour trouver tous les diviseurs, on effectue les divisions euclidiennes du nombre par tous les nombres entiers dans l'ordre, jusqu'à ce qu'on dépasse la racine carrée du nombre

On note : pgcd pour le plus grand diviseur commun à deux nombre.

$$\text{Pgcd}(A ; B) = \text{pgcd}(B ; A)$$

On dit que **deux nombres entiers sont premiers entre eux**

S'ils n'ont pas de diviseurs communs autre que 1.

Si leur pgcd est égal à 1.

Exemple 2 et 7 ou 4 et 9

Propriété :

Si on simplifie une fraction par le pgcd de son numérateur et de son dénominateur alors cette fraction devient irréductible.

Si le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux alors la fraction est irréductible

II] La méthode d'Euclide

Propriétés :

$$\text{pgcd}(A ; A) = A \quad \text{pgcd}(A ; 0) = A \quad \text{pgcd}(A ; 1) = 1$$

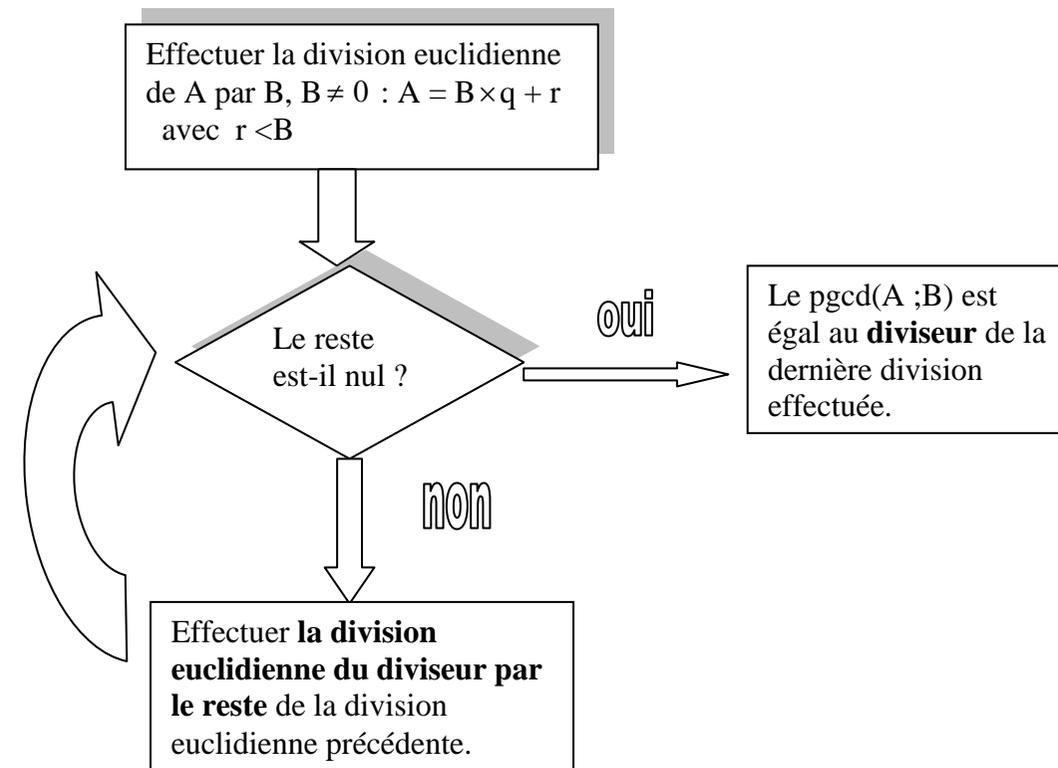
Si B est un diviseur de A alors le $\text{pgcd}(A ; B) = B$

4 est un diviseur de 36 alors $\text{pgcd}(36 ; 4)$

Théorème : $A = B \times Q + R$ avec $R < B$

$$\text{Pgcd}(A ; B) = \text{pgcd}(B ; R)$$

Algorithme d'Euclide pour la recherche du pgcd



Présentation des résultats :

| Dividende | Diviseur | Reste |
|-----------|----------|-------|
| 168 | 70 | 28 |
| 70 | 28 | 14 |
| 28 | 14 | 0 |

$$\text{pgcd}(168 ; 70) = 14$$